

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Системного анализа и управления

Проф. Курбатов В.Г.



31.03.2025г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.03 Оптимизационные методы в экономике

1. Код и наименование направления подготовки:

01.04.02 Прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки:

Информационные технологии в экономической деятельности

3. Квалификация выпускника: магистр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: системного анализа и управления

6. Составители программы: Белоусова Е.П., к.ф.-м.н., доцент кафедры системного анализа и управления

7. Рекомендована: НМС факультета прикладной математики, информатики и механики, протокол № 6 от 14.03.2025

8. Учебный год: 2026-2027

Семестр:3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- получение теоретических знаний и практических навыков в проведении исследований экономических систем с использованием методов оптимизации, анализ результатов исследований и представление их профессиональному сообществу.

Задачи учебной дисциплины:

- приобретение навыков использования принципа минимума, принципа максимума Понтрягина для решения задач оптимального управления в экономической деятельности;
- изучение способов приближенного нахождения решения задач оптимизации в экономике;
- получение навыков интерпретации результатов применения оптимизационных методов исследования экономических систем.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: учебная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-3	Способен обрабатывать, интерпретировать, оформлять представлять профессиональному сообществу результаты проведенных исследований.	ПК-3.1	Использует современные методы анализа информации для обработки данных, полученных в рамках проведенных исследований.	Знать: оптимизационные методы, используемые для исследования экономических процессов. Уметь: обрабатывать данные, полученные при решении задач оптимизации бизнес-процессов. Владеть: навыками анализа результатов проведенных исследований.
		ПК-3.2	Интерпретирует полученные результаты исследований, делает выводы, разрабатывает рекомендации.	Знать: способы интерпретации полученных результатов изучения экономических процессов. Уметь: делать выводы по результатам проведенных оптимизационных исследований. Владеть: способами разработки рекомендаций применения результатов оптимизации бизнес-процессов для профессионального сообщества.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.4/144.

Форма промежуточной аттестации— экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			3 семестра	№ семестра	...
Аудиторные занятия		48	48		
в том числе:	лекции	32	32		
	практические				
	лабораторные	16	16		
Самостоятельная работа		60	60		
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации - экзамен		36	36		
Итого:		144	144		

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Задача оптимального управления. Примеры.	Основные типы задач оптимального управления. Элементарная задача оптимального управления. Примеры. Принцип минимума. Принцип максимума Понтрягина.	
1.2	Задача об оптимальном экономическом росте.	Применение принципа максимума Понтрягина к решению задачи об оптимальном экономическом росте.	
1.3	Оптимальное управление дискретным управлением запасов.	Дискретная задача управления запасами. Примеры. Метод обратной связи. Применение метода обратной связи к решению дискретной задачи управления запасами.	
1.4	Влияние рекламы на объем продаж.	Постановка задачи о влиянии рекламной деятельности на объемы продаж товара. Применение принципа максимума Понтрягина к решению задачи влияния рекламы на объем продаж.	
1.5	Модель рекламной компании с эффектом надоедания, с постоянной и переменной ценой товара.	Постановка задачи о рекламной компании с эффектом надоедания. Применение принципа максимума Понтрягина к решению задачи оптимизации использования рекламы с постоянной и переменной ценой товара.	

2. Лабораторные занятия			
2.1	Задача об оптимальном экономическом росте.	Создание программы для численного решения задачи об оптимальном экономическом росте.	
2.2	Оптимальное управление дискретным управлением запасов.	Создание программы для численного решения задачи об оптимальном управлении дискретным управлением запасов. Применение метода обратной связи.	
2.3	Влияние рекламы на объем продаж.	Численное исследование влияния рекламы на объем продаж.	
2.4	Модель рекламной компании с эффектом надоедания и постоянной ценой товара.	Создание программы для численного исследования модели рекламной компании с эффектом надоедания.	
2.5	Модель рекламной компании с эффектом надоедания и переменной ценой товара.	Создание программы для численного исследования модели рекламной компании с эффектом надоедания.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практически е	Лабораторны е	Самостоятельная работа	Всего
1	Элементарная задача оптимального управления. Задача об оптимальном экономическом росте.	6		4	12	22
2	Оптимальное управление дискретным управлением запасов.	8		6	12	26
3	Влияние рекламы на объем продаж.	6		2	12	20
4	Модель рекламной компании с эффектом надоедания и постоянной ценой товара.	6		2	12	20
5	Модель рекламной компании с эффектом надоедания и переменной ценой товара.	6		2	12	20
6.	Подготовка к экзамену.	0		0	36	36
	Итого:	32		16	60	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Курс предполагает отведение большого числа разделов на самостоятельную работу студентов. Приведенные источники позволяют в полной мере самостоятельно изучить студентами данные разделы.

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Колокольникова, А. И. Математические методы в менеджменте: учебное пособие для вузов / А. И. Колокольникова. — Санкт-Петербург: Лань, 2025. — 244 с. — ISBN 978-5-507-50215-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
2	Егоров, А. И. Введение в теорию управления системами с распределенными параметрами: учебное пособие для вузов / А. И. Егоров, Л. Н. Знаменская. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2024. — 292 с. — ISBN 978-5-507-49952-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
	Безбородникова, Р. М. Модели и методы оптимизации производственных систем: учебное пособие / Р. М. Безбородникова, Н. П. Фот. — Оренбург: ОГУ, 2024. — 215 с. — ISBN 978-5-7410-3263-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Беришвили, / . Н. Основы экономико-математического моделирования: методические указания и рекомендации / . Н. Беришвили, С. В. Плотникова. — Самара: СамГАУ, 2024. — 70 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
2	Соловьева, Т. Н. Аналитические методы оптимизации: учебное пособие / Т. Н. Соловьева, Д. В. Шинтяков. — Санкт-Петербург: ГУАП, 2023. — 98 с. — ISBN 978-5-8088-1807-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: https:// lib.vsu.ru .
2	ЭБС «Лань», - режим доступа: https://e.lanbook.com .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Слиденко, А. М. Методы оптимальных решений в примерах и задачах: учебное пособие / А. М. Слиденко. — Воронеж: ВГАУ, 2015. — 162 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
2	Лобкова, Н. И. Высшая математика для экономистов и менеджеров: учебное пособие для вузов / Н. И. Лобкова, Ю. Д. Максимов, Ю. А. Хватов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2024. — 520 с. — ISBN 978-5-507-50395-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Б1.В.03 Оптимизационные методы в экономике», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения лекций, практических занятий: специализированная мебель, доска (маркерная или меловая) компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (GoogleChrome, MozillaFirefox), с возможностью подключения к сети «Интернет» и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), ПО AdobeReader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, Мой Офис, LibreOffice).

Учебная аудитория для проведения лабораторных работ, организации самостоятельной работы, проведения текущей и промежуточной аттестаций: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (GoogleChrome, MozillaFirefox), ПО AdobeReader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, Мой Офис, LibreOffice), Matlab (лицензионное ПО); VisualStudioCode (свободное и/или бесплатное ПО); WolframMathematica (свободное и/или бесплатное ПО); Anaconda (свободное и/или бесплатное ПО).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Элементарная задача оптимального управления. Задача об оптимальном экономическом росте.	ПК-3	ПК-3.1 ПК-3.2	Лабораторная работа, экзамен
2.	Оптимальное управление дискретным управлением запасов.	ПК-3	ПК-3.1 ПК-3.2	Лабораторная работа, экзамен
3.	Влияние рекламы на объем продаж.	ПК-3	ПК-3.1 ПК-3.2	Лабораторная работа, экзамен
4.	Модель рекламной компании с эффектом надоедания и постоянной ценой товара.	ПК-3	ПК-3.1 ПК-3.2	Лабораторная работа, экзамен
5.	Модель рекламной компании с эффектом надоедания и переменной ценой товара.	ПК-3	ПК-3.1 ПК-3.2	Лабораторная работа, экзамен
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Практическое задание Перечень вопросов

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

20.1. Текущий контроль успеваемости.

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Лабораторная работа № 1.

Задание:

1. Получить из учебной литературы данные об экономических показателях развития некоторого предприятия за определенный период.
2. Вписать эти данные в классическую модель об оптимальном экономическом росте.
3. Подобрать наиболее эффективный метод для решения оптимизационной задачи.
4. Составить алгоритм и выполнить расчеты оптимального экономического роста предприятия. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

Лабораторная работа № 2.

Задание:

1. Получить из учебной литературы данные о номенклатуре и количестве товаров на некотором предприятии.

2. Вписать эти данные в классическую дискретную модель управления запасами.
3. Составить матрицы распределения запасов на текущий момент.
4. Составить алгоритм реализации метода обратной связи поиска оптимального управления в задаче управления запасами.
5. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

Лабораторная работа № 3.

Задание:

1. Получить из учебной литературы данные об объемах продаж за фиксированный промежуток времени на некотором предприятии, использующем рекламные продукты, для продвижения своих товаров на рынке.
2. Использовать эти данные в математической модели, описывающей процесс влияния рекламы на объемы продаж.
3. Составить алгоритм и провести расчеты, позволяющие проследить зависимость между рекламной активностью продавца и объемами реализуемой продукции. Для расчетов можно пользоваться пакетами прикладных программ.
4. Проанализировать результаты и сделать выводы.

Лабораторная работа № 4.

Задание:

1. Получить из учебной литературы данные об объемах продаж за фиксированный промежуток времени на некотором предприятии, использующем рекламные продукты, для продвижения своих товаров на рынке.
2. Использовать эти данные в математической модели, описывающей рекламную компанию с учетом ее надоедания.
3. Рассмотреть отдельно два случая
 - рекламная компания на предприятии, выпускающем товары с постоянной стоимостью;
 - рекламная компания на предприятии, выпускающем товары с переменной стоимостью.
4. Провести численный эксперимент. Проанализировать результаты и сделать выводы.

Описание технологии проведения: собеседование.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания.

Оценка «зачет» выставляется, если обучающийся предъявляет работающие компьютерные реализации большинства заданий лабораторных работ и показывает понимание реализуемых алгоритмов в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности.

Оценка «незачет» выставляется, если обучающийся не в состоянии объяснить алгоритмы и запрограммировать более половины всех заданий. Не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Если студент выполнил все лабораторные работы вовремя и качественно, то на экзамене его оценка может быть повышена на один балл в случае, если такая необходимость возникнет.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

_____ экзамен _____

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Постановка задачи оптимального управления. Основные определения. Примеры.
2. Задача с незакрепленными концами. Задача со свободным правым концом. Примеры.
3. Основные положения принципа максимума Понтрягина. Теорема о принципе максимума.
4. Элементарная задача оптимального управления. Примеры. Принцип минимума.
5. Постановка задачи об оптимальном экономическом росте. Основные положения. Примеры.
6. Применение принципа максимума Понтрягина к решению задачи об оптимальном экономическом росте.
7. Постановка задачи об оптимальной политике в области рекламной деятельности. Основные положения.
8. Принцип максимума Понтрягина в задаче об оптимальной политике в области рекламной деятельности.
9. Постановка задачи о рекламной кампании с эффектом «надоедания» рекламы при фиксированной цене товара. Период раскрутки рекламы, стационарный режим.
10. Постановка задачи о рекламной кампании с эффектом «надоедания» рекламы при фиксированной цене товара. Оптимизация цикла.
11. Модель рекламной кампании с эффектом «надоедания» рекламы с переменной ценой товара. Период раскрутки рекламы, стационарный режим.
12. Модель рекламной кампании с эффектом «надоедания» рекламы с переменной ценой товара. Оптимизация цикла.
13. Задача о влиянии рекламы на объемы продаж с учетом расходов на рекламу.
14. Дискретная модель эффективного управления запасами. Постановка задачи.
15. Метод обратной связи построения оптимального управления в задаче дискретной оптимизации.
16. Применение метода обратной к нахождению оптимального управления в дискретной задаче управления запасами.

Описание технологии проведения:

Подготовка к ответу на вопрос происходит в течение 30 минут в учебной аудитории. Затем проводится собеседование с преподавателем.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Оценка «отлично» выставляется, если обучающийся показал полное знание программного материала; демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций, делать правильные выводы; выполнил все задания и задачи полностью без ошибок и недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «хорошо» выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала; правильно применяет теоретические положения к оценке практических ситуаций; выполнил все задания и задачи полностью, но при наличии в их решении не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов; строго соблюдает требования при оформлении работы; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 1/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или обучающийся выполнил правильно менее 1/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ПК-3

Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Минимальное значение функционала

$$I(u) = \int_0^T (u^2 + tu) dt$$

при условии

$$|u(t)| \leq 1, \quad t \in [0, T], \quad T > 2.$$

равно

а) $T - \frac{T^2}{2} - \frac{8}{12}$

б) $T + \frac{T^4}{4}$

в) $T^3 - T + 1$

Ответ: а).

2. Минимальное значение функционала

$$I(u) = \int_0^1 (u_1^2 + u_2^2) dt$$

при условии

$$u_1 \geq 1, \quad \forall t \in [0,1], \quad u_2 \in R$$

равно

а) 1

б) -1

в) 0.5

Ответ: а).

3. Минимальное значение функционала

$$I\{u\} = \int_0^T (4u_1 + 3u_2) dt$$

при условии

$$u_1^2 + u_2^2 \leq 1, \quad t \in [0, T]$$

равно

а) $-5T$

б) 0

в) $2T + 1$

Ответ: а).

4. Оптимальное значение функционала

$$\int_{t_0}^{t_1} (u^2 + t^2 u) dt$$

при условии

$$B \leq u \leq A$$

достигается при значении управляющей функции равного

а) В,

б) $\frac{A-B}{2}$

с) А,

Ответ: с).

5. Оптимальное значение функционала

$$\int_{-1}^1 (u^2 t - ut^3) dt$$

при условии

$$|u| \leq 1/2$$

достигается при значении управляющей функции

а) 0

б) 1/2,

с) -1/2

Ответ: б).

Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Экономика называется агрегированной, если за некоторый промежуток времени производится единственный однородный продукт.

Ответ: да.

2. Математическая модель вида

$$J(c) = \int_{t_1}^{t_2} e^{-\delta(t-t_1)} V(c(t)) dt \rightarrow \max.$$

где

$$k' = -mk(t) - c(t) + f(k(t))$$

является задачей оптимального экономического роста

Ответ: да.

3. В задаче

$$\frac{dR(t)}{dt} + k(t)R(t) = k_0\alpha(t).$$

об эффективности рекламной кампании уменьшение коэффициента $k(t)$ приводит к увеличению скорости забывания рекламы.

Ответ: нет.

4. Величина $R(t)$, входящая в уравнение

$$\left(k_1 \frac{dR}{dt}\right)^{\gamma} \operatorname{sgn}\left(\frac{dR}{dt}\right) + R(t) = k_0\alpha(t),$$

не влияет на объем продаж.

Ответ: нет.

5. Для решения задачи оптимального распределения ресурсов

$$x(k+1) = A(k)x(k) + Bu(k) - w(k),$$

$$k = k_0, k_0 + 1, \dots, N - 1$$

применяется принцип максимума Понтрягина.

Ответ: нет.

Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 50 минут.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности) :

1 балл — указан верный ответ;

0 баллов — указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень

2 балла — указан верный ответ;

0 баллов — указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).